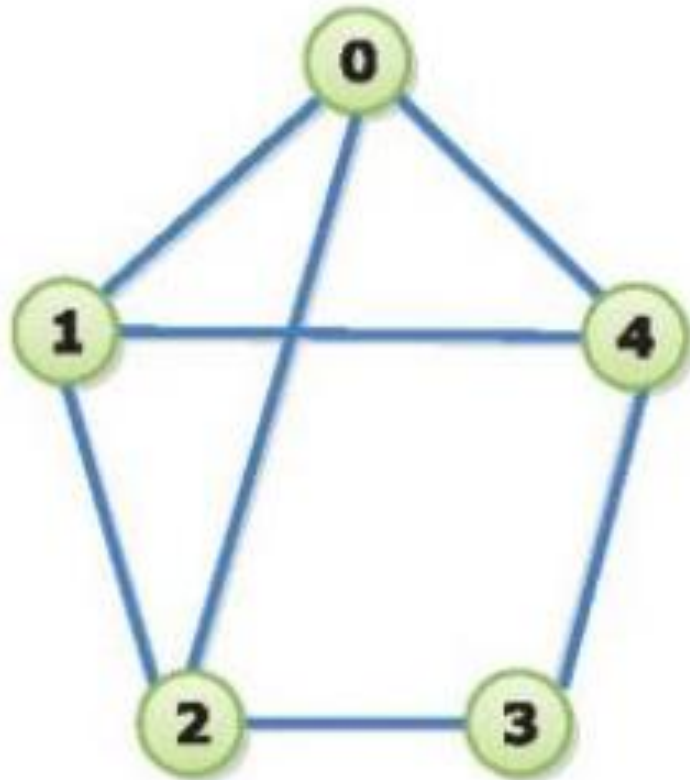


# GRAFOVI I MATRICE

# GRAF

- posebna struktura podataka
- ima čvorove (vrhove) i grane (bridove)
- stabla su posebna vrsta grafa
- modeliranje
  - veze među pojedinim gradovima (gradovi i ceste) ili lokacijama u gradu – put od mjesta A do mjesta B
  - redoslijed izvršavanja zadataka (kuhanje, spremanje, ....)
- čvorove označavamo najčešće brojevima (0, 1, 2, ...), a grane parovima (i, j) (i – početni čvor, j – završni čvor)
- popis svih grana je **tablica susjedstva (incidencije)**
- pohranjivanje – dvodimenzionalne liste (MATRICE)

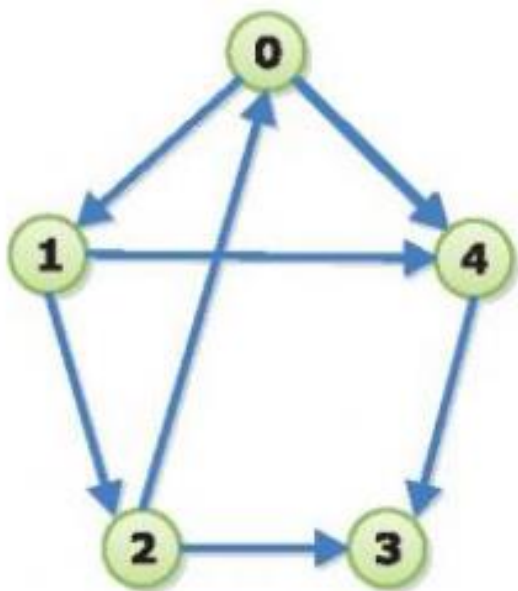
PR. 1. neusmjereni graf (engl. undirected graph) -  
postojećim granama može se doći iz čvora  $i$  u čvor  $j$  i  
obrnuto (nema strelica)



	0	1	2	3	4
0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	0	1
2	1	1	0	1	0
3	0	0	1	0	1
4	1	1	0	1	0

(Tablica susjedstva - simetrična)

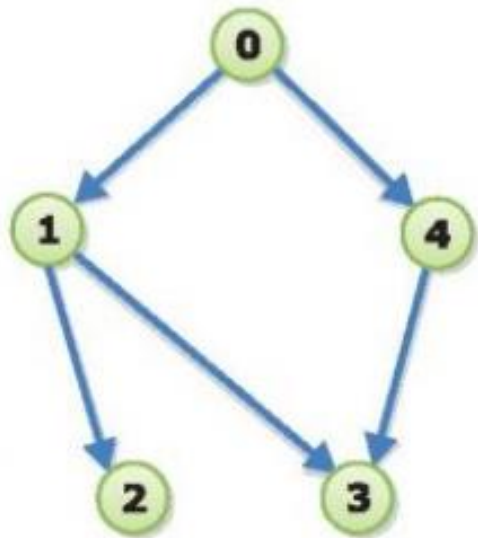
PR. 2. usmjereni (ciklički) graf (engl. directed graph, kratica DG) - grane su usmjerene (prikazane strelicama), tj. određen je smjer kretanja cikličkim grafom



	0	1	2	3	4
0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	0	1
2	1	0	0	1	0
3	0	0	0	0	0
4	0	0	0	1	0

- Duljinu puta - broj grana na tom putu (prethodnici i sljedbenici)
- Ciklus – (0, 1), (1, 2), (2, 0) – duljina puta
- nije simetrično

PR. 3. usmjereni (aciklički) graf (engl. directed acyclic graph, kratica DAG) - grane su usmjerene (prikazane strelicama), tj. određen je smjer kretanja grafom, ali nema ciklusa



	0	1	2	3	4
0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	1	0
2	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0
4	0	0	0	1	0

- puno nula
- drugačija pohrana podataka (liste susjedstva)



# POHRANJIVANJE GRAFOVA

- tablicu susjedstva (matricu susjedstva) pretvaramo u listu susjedstva (koja za svaki čvor sadrži njegove neposredne sljedbenike)

```
graf_1 = [[0, 1, 1, 0, 1],  
          [1, 0, 1, 0, 1],  
          [1, 1, 0, 1, 0],  
          [0, 0, 1, 0, 1],  
          [1, 1, 0, 1, 0]]
```

- puno nula

- lista susjedstva

```
graf_1 = [[1, 2, 4],  
          [0, 2, 4],  
          [0, 1, 3],  
          [2, 4],  
          [0, 1, 3]]
```

```
graf_3 = [[1, 4], [2, 3], [], [], [3]]
```

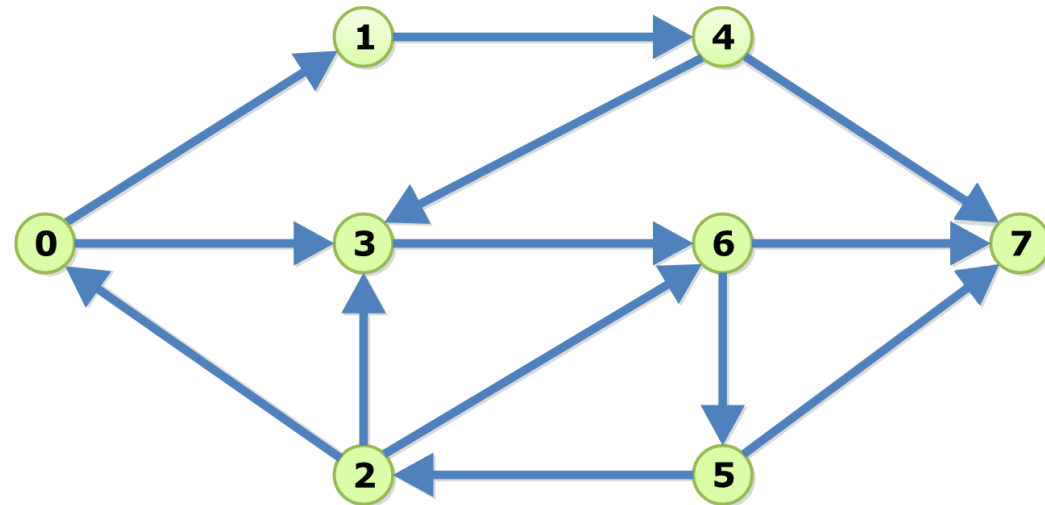
# KLASA MATRICA

- $m$  redaka,  $n$  stupaca –  $m*n$  elemenata
- $n \neq m$  – pravokutna matrica
- $m = n$  – kvadratna matrica
- služi nam za pohranjivanje matrice susjedstva

# ZADATAK 1.

Za graf na slici odredi:

- odredi koliko čvorova ima graf
- ispiši sve putove duljine 2 iz čvora 3
- ispiši sve cikluse (ako ih ima)
- napiši **tablicu** susjedstva
- odredi listu neposrednih prethodnika za sve čvorove
- odredi listu neposrednih sljedbenika za sve čvorove.





# RJEŠENJA

a) 8

b) (3, 6) (6, 7)

(3, 6) (6, 5)

c) (3, 6) (6, 5) (5, 2) (2, 3)

(2, 6) (6, 5) (5, 2)

(0, 1) (1, 4) (4, 3) (3, 6) (6, 5) (5, 2) (2, 0)

(0, 3) (3, 6) (6, 5) (5, 2) (2, 0)

e) [[2], [0, 3], [5], [0, 2, 4], [1], [6], [2, 3], [4, 5, 6]]

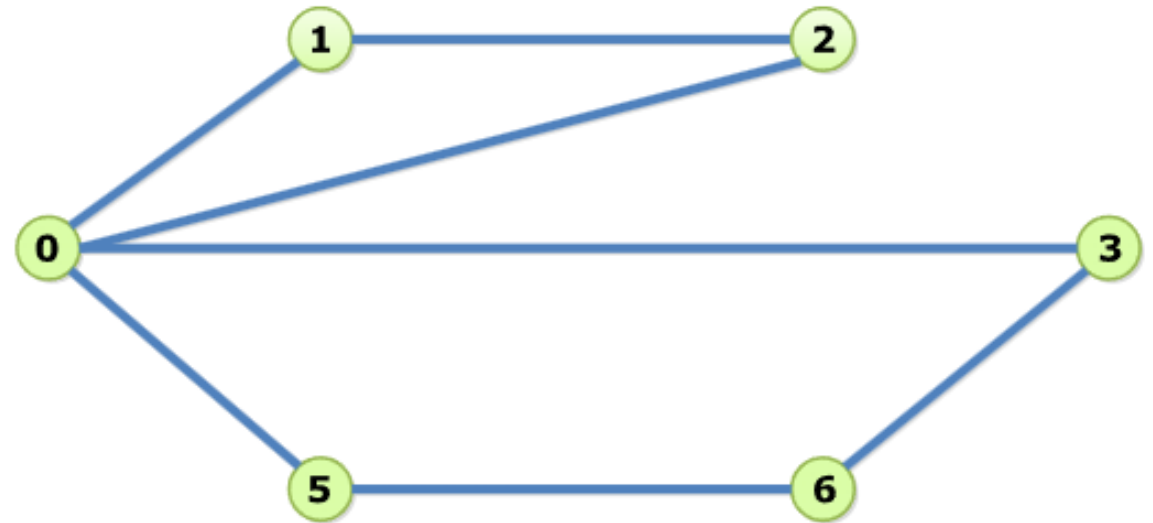
f) [[1, 3], [4], [0, 3, 6], [1, 6], [3, 7], [2, 7], [5, 7], []]

0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	1	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0

## ZADATAK 2.

Za graf na slici odredi:

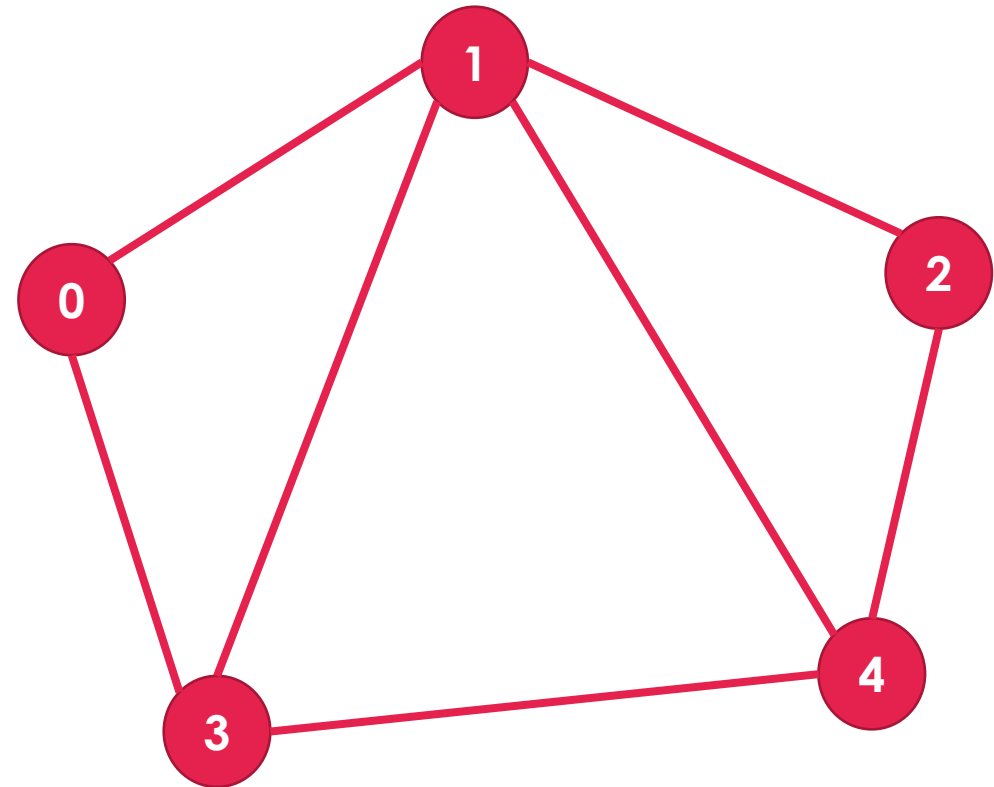
- odredi koliko čvorova ima graf
- ispiši sve putove duljine 3 iz čvora 2
- ispiši sve cikluse (ako ih ima)
- napiši **tablicu** susjedstva
- odredi listu neposrednih prethodnika za sve čvorove
- odredi listu neposrednih sljedbenika za sve čvorove.



## ZADATAK 3.

Za graf na slici odredi:

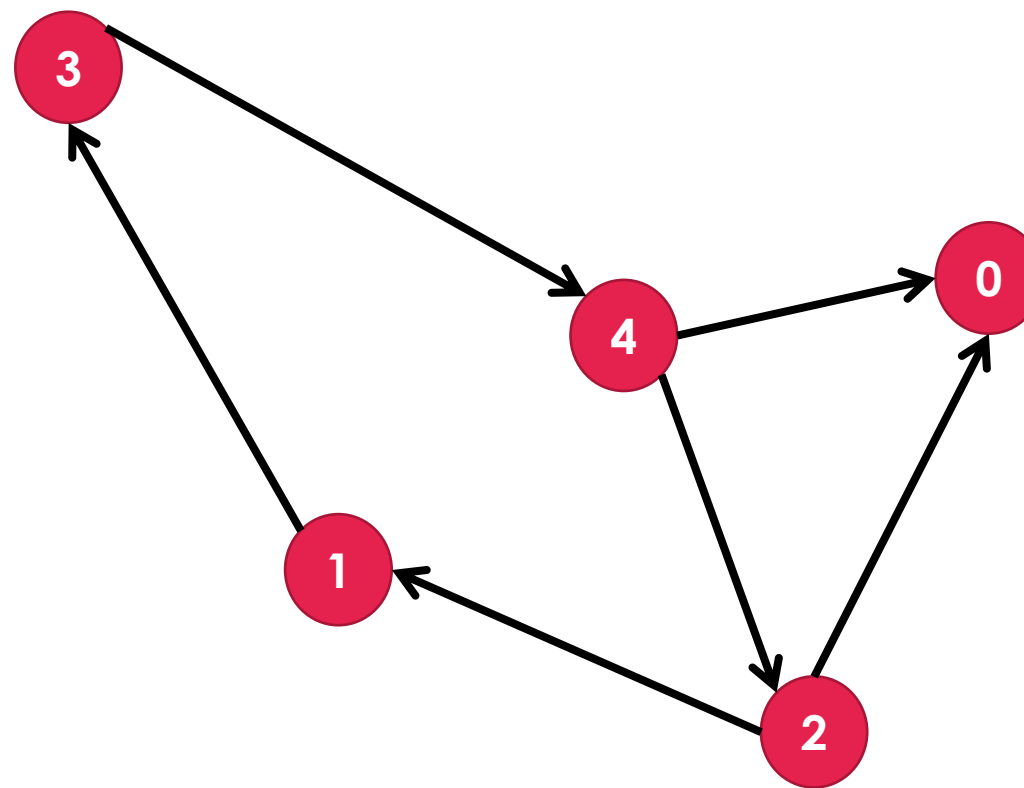
- odredi koliko čvorova ima graf, koliko bridova
- ispiši sve putove duljine 2 iz čvora 4
- ispiši sve cikluse (ako ih ima)
- napiši **tablicu** susjedstva
- odredi listu neposrednih prethodnika za sve čvorove
- odredi listu neposrednih sljedbenika za sve čvorove.



## ZADATAK 4.

Za graf na slici odredi:

- odredi koliko čvorova ima graf
- ispiši sve putove duljine 3 iz čvora 3
- ispiši sve cikluse (ako ih ima)
- napiši **tablicu** susjedstva
- odredi listu neposrednih prethodnika za sve čvorove
- odredi listu neposrednih sljedbenika za sve čvorove.





# OBILASCI GRAFOVA

(Pretraživanje cijeloga grafa)

# ŠIRINSKI OBILAZAK (ENGL. BREADTH-FIRST SEARCH – BFS)

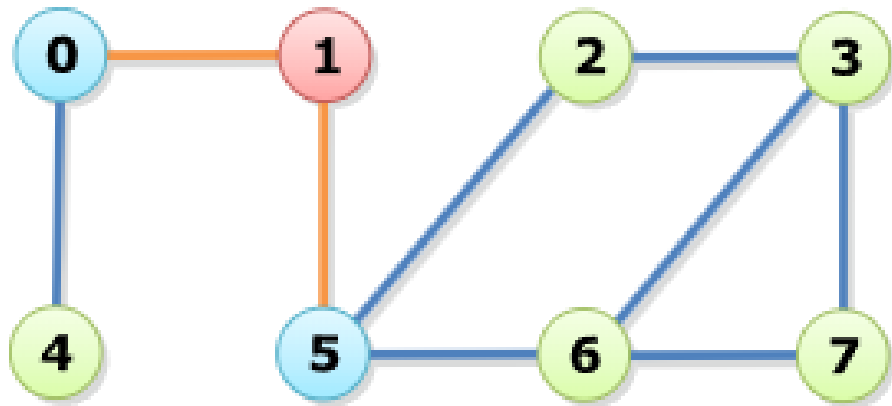
- krećemo od početno odabranog čvora.

Postupak:

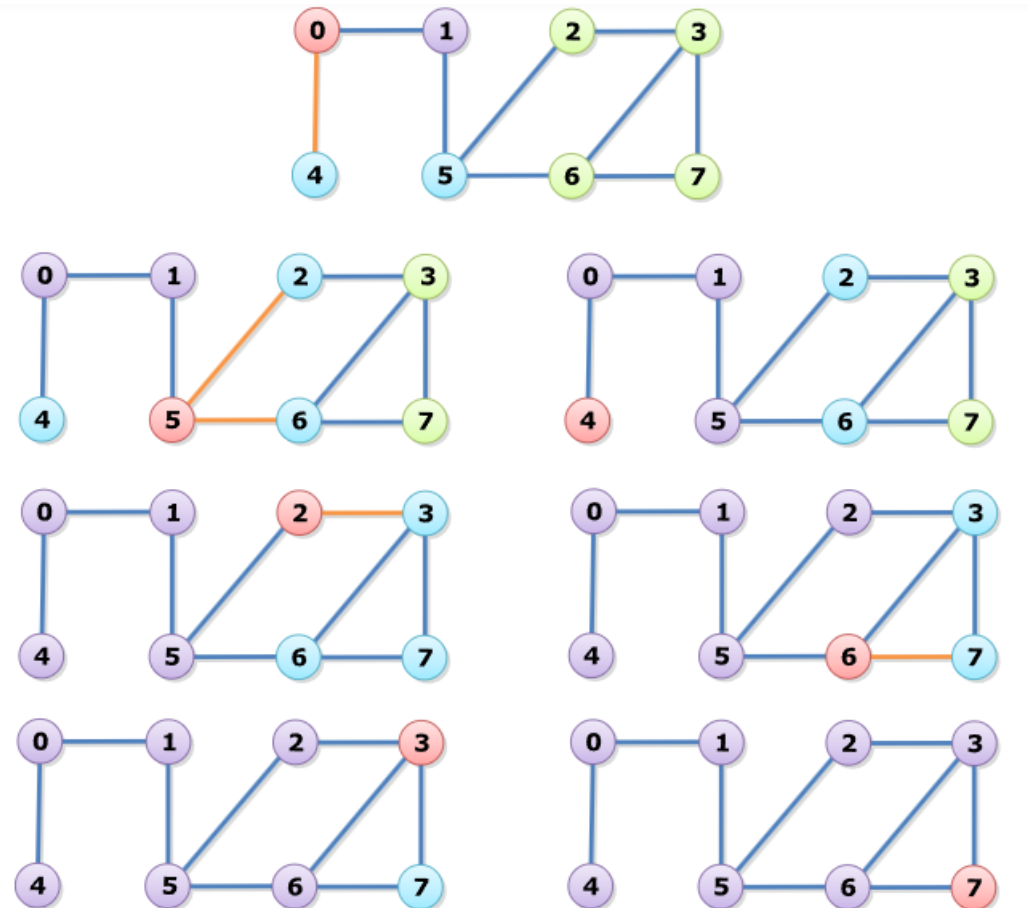
- indeks početnog čvora stavljamo u red
- dok je red neprazan činimo sljedeće:
  - uzimamo iz reda indeks sljedećeg čvora te ga ispisujemo
  - sve neposredne sljedbenike (susjede) odabranog čvora, koji još nisu posjećeni, dodajemo na kraj reda i označavamo kao posjećene



# PRIMJER (IZ VRHA 1)

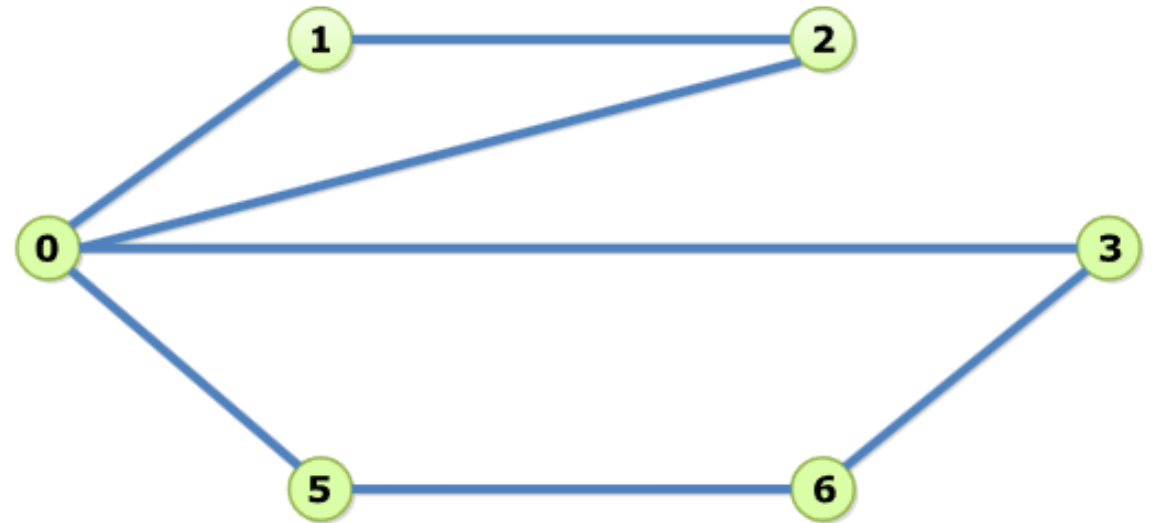


Redoslijed obilaženja:  
1, 0, 5, 4, 2, 6, 3, 7



# ZADATAK 1.

Za graf na slici opiši obilazak grafa širinskim pretraživanjem, počevši od čvora s oznakom 6.

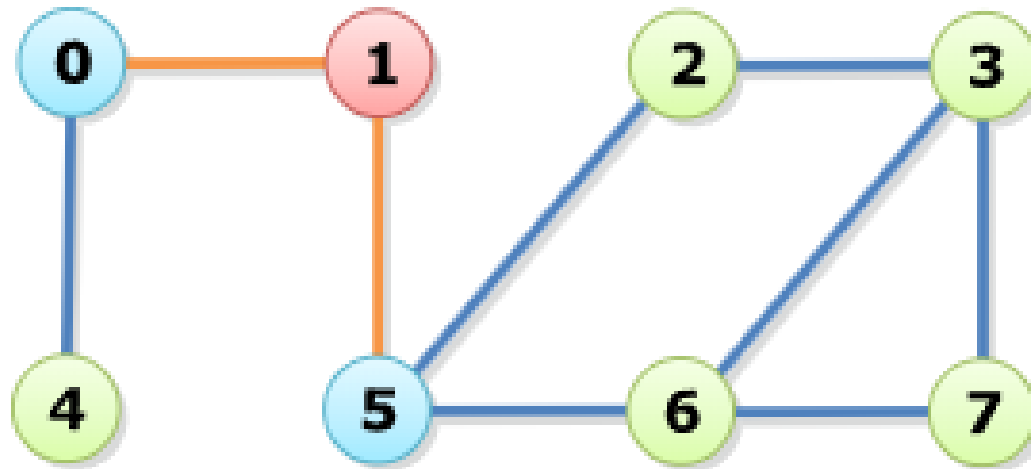


# DUBINSKI OBILAZAK (ENGL. DEPTH-FIRST SEARCH – DFS)

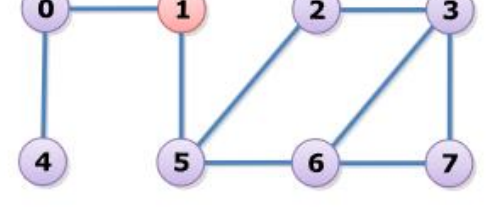
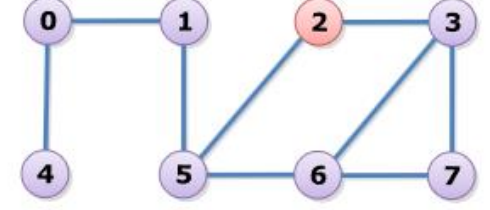
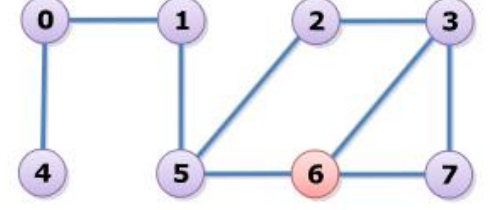
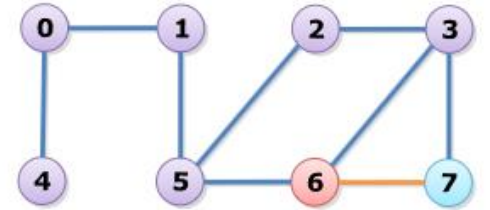
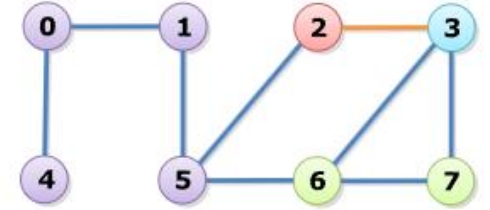
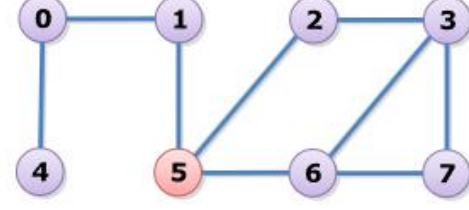
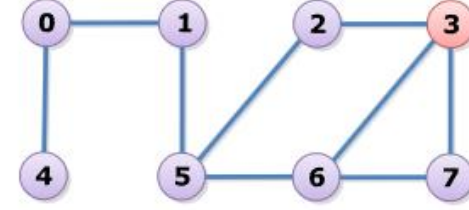
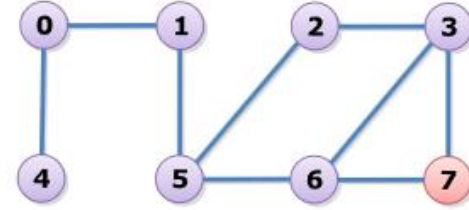
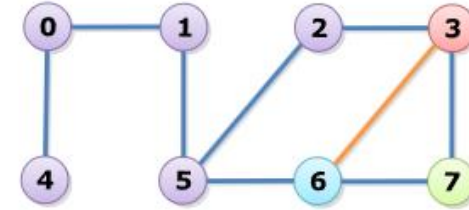
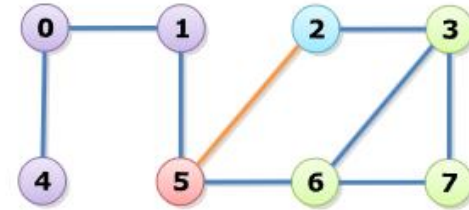
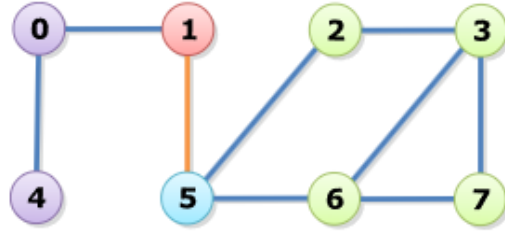
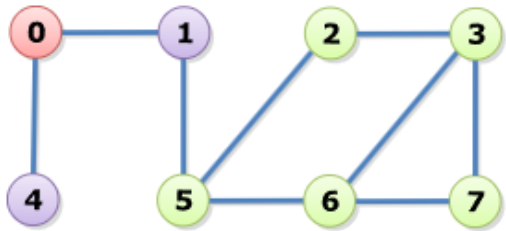
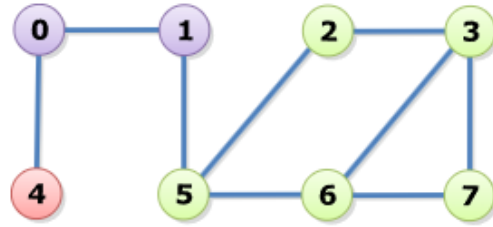
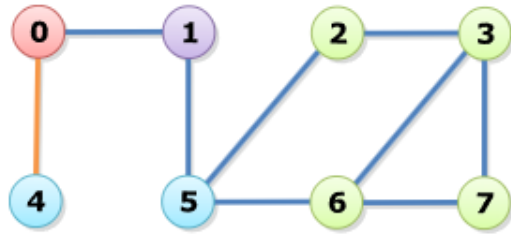
Postupak:

- na stog dodajemo indekse početnih čvorova
- dok je stog neprazan, činimo sljedeće:
  - uzimamo sa stoga indeks te ga ispisujemo
  - sve neposredne sljedbenike (susjede) odabranog čvora koje još nismo posjetili dodajemo na vrh stoga

# PRIMJER (IZ VRHA 1)



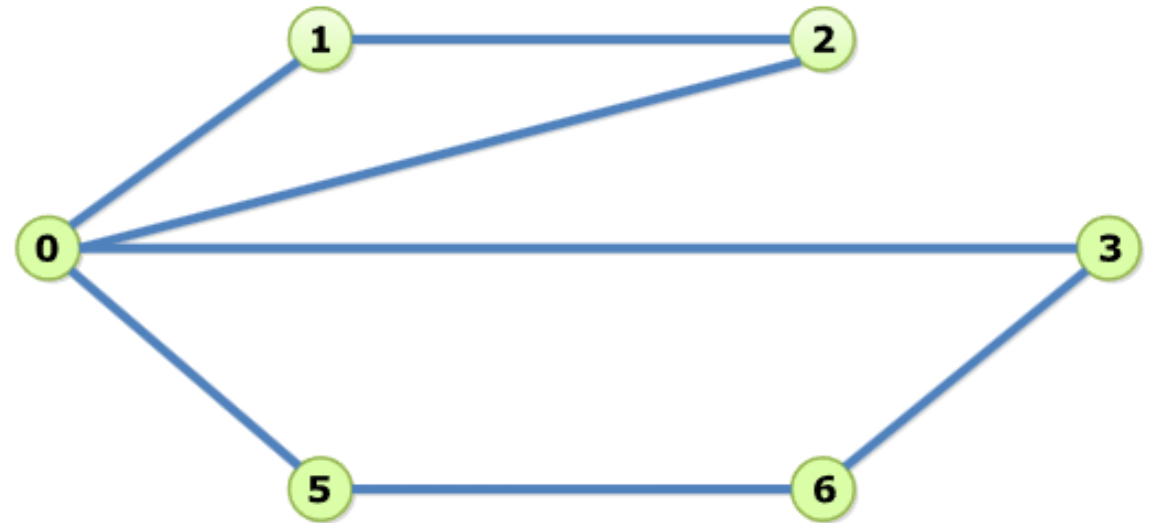
Redosljed obilaženja:  
1, 0, 5, 4, 2, 6, 3, 7



Redoslijed obilaženja:  
1, 0, 4, 5, 2, 3, 6, 7

# ZADATAK 1.

Za graf na slici opiši obilazak grafa dubinskim pretraživanjem, počevši od čvora s oznakom 2.

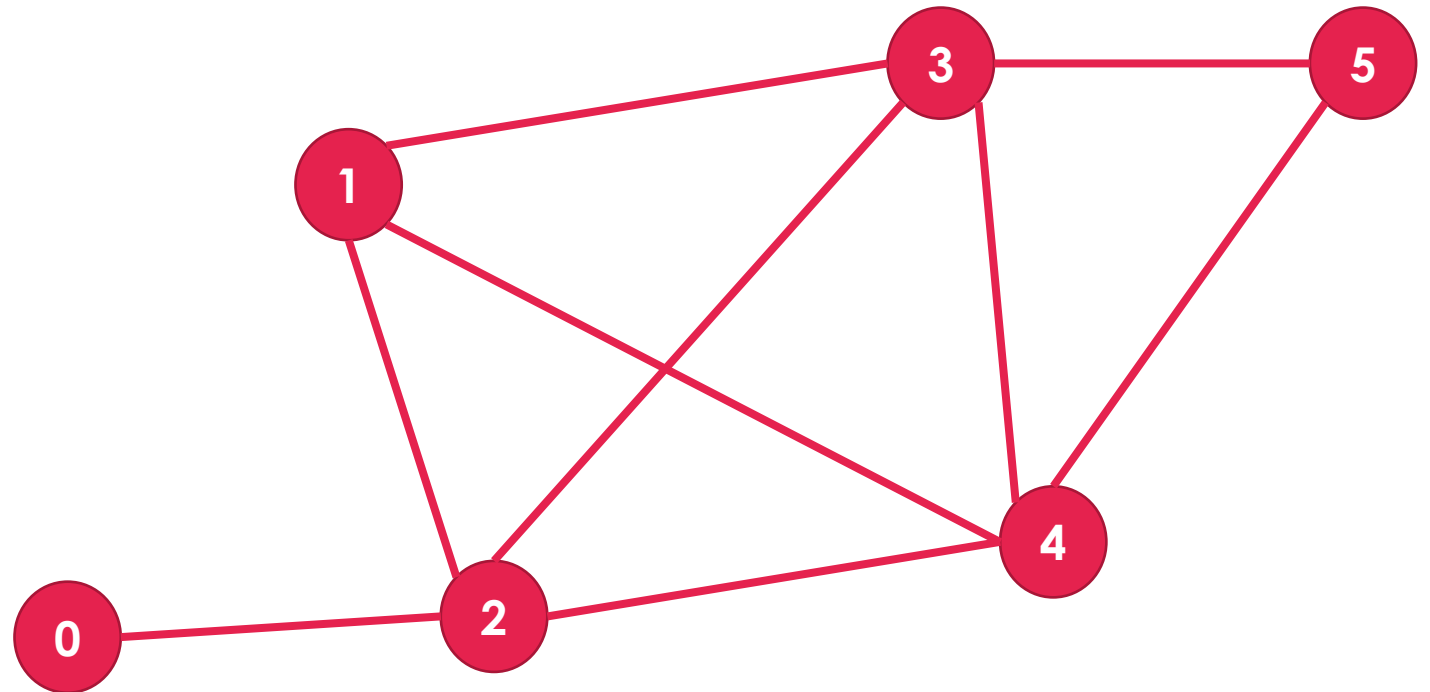




## ZADATAK 2.

Za graf na slici odredi:

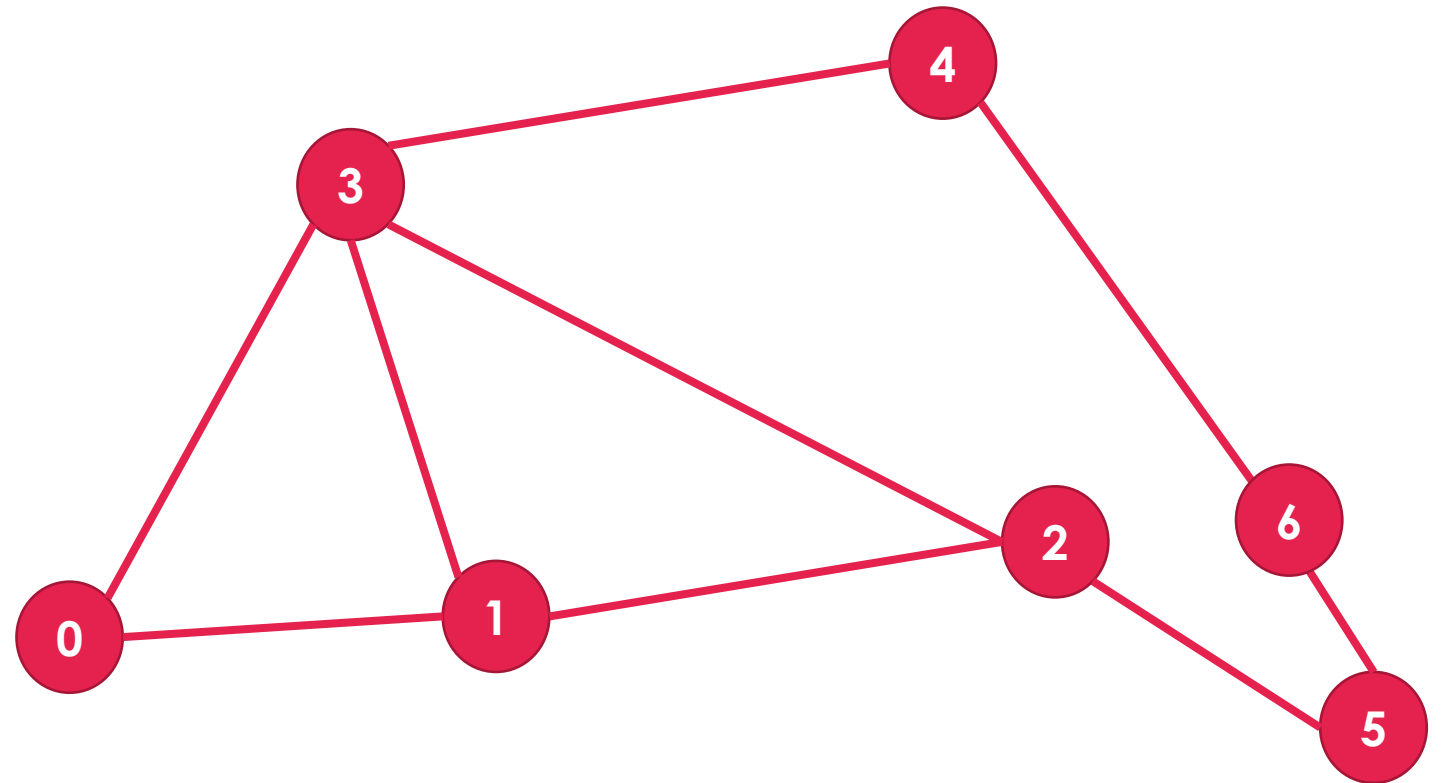
- obilazak grafa širinskim pretraživanjem, počevši od čvora s oznakom 4
- obilazak grafa dubinskim pretraživanjem, počevši od čvora s oznakom 1



# ZADATAK 3.

Za graf na slici odredi:

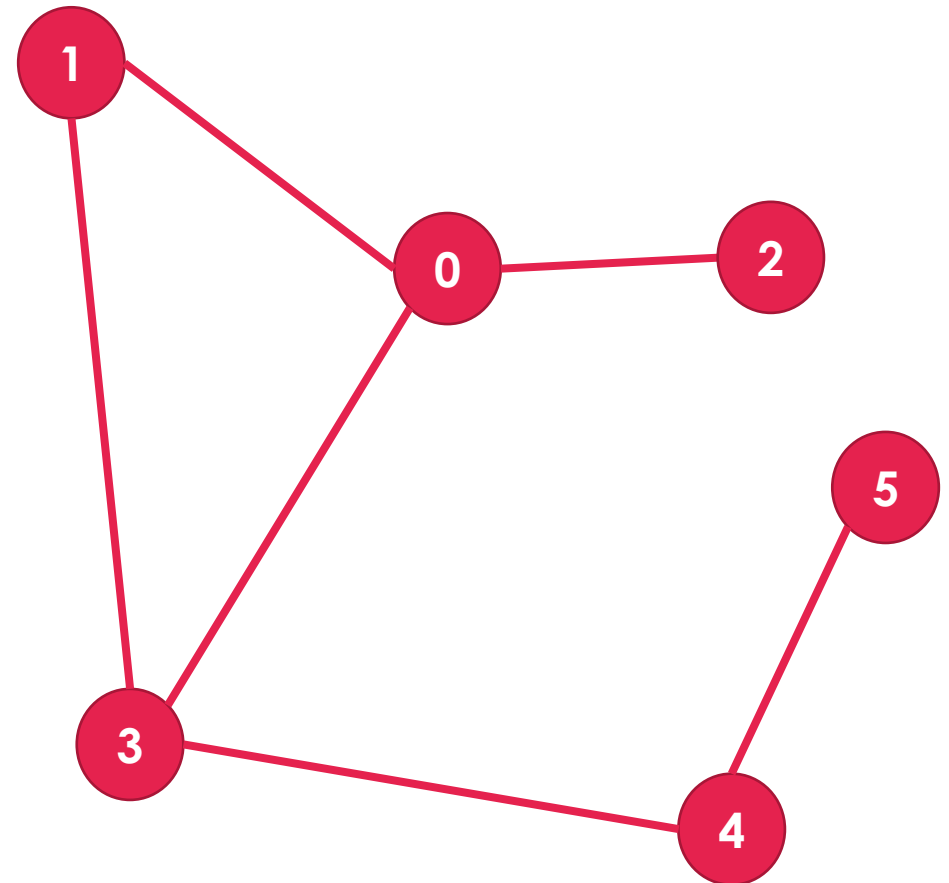
- obilazak grafa širinskim pretraživanjem, počevši od čvora s oznakom 0
- obilazak grafa dubinskim pretraživanjem, počevši od čvora s oznakom 0



# ZADATAK 4.

Za graf na slici odredi:

- odredi koliko čvorova ima graf te koliko bridova
- ispiši sve putove duljine 3 iz čvora 4
- ispiši sve cikluse (ako ih ima)
- napiši **tablicu** susjedstva
- odredi listu neposrednih prethodnika za sve čvorove
- obilazak grafa širinskim pretraživanjem, počevši od čvora s oznakom 1
- obilazak grafa dubinskim pretraživanjem, počevši od čvora s oznakom 1



# ZADATAK 5.

Za graf na slici odredi:

- odredi koliko čvorova ima graf, koliko bridova
- ispiši sve putove duljine 3 iz čvora 2
- ispiši sve cikluse (ako ih ima)
- napiši **tablicu** susjedstva
- odredi listu neposrednih sljedbenika za sve čvorove
- obilazak grafa širinskim pretraživanjem, počevši od čvora s oznakom 2
- obilazak grafa dubinskim pretraživanjem, počevši od čvora s oznakom 2

